



CLASA A XI-A  
FILIERA TEORETICĂ PROFIL REAL – ȘTIINȚE ALE NATURII

1. În  $M_2(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , precum

și submulțimea  $G = \{X(a) / a \in \mathbb{R}, X(a) = I_2 + aA\}$ .

a) Să se calculeze  $A^2$ ;

b) Să se arate că :  $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$  ,  $\forall X(a), X(b) \in G$ ;

c) Să se arate că :  $X(1) \cdot X(2) \cdot \dots \cdot X(2009) = X(2010! - 1)$ .

2. Se consideră matricele  $H(a, x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 2 \\ 1 & 1 & x \\ a & a & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

a) Calculați determinantul matricei  $H(1, 2)$ .

b) Determinați  $B^{20}$ , unde  $B = H(0, 0)$ .

c) Arătați că, pentru orice  $a \in \mathbb{R}$ , există  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\det H(a, x) = 0$ .

3. Determinați numerele reale  $m$  pentru care aria triunghiului care are vârfurile  $A(m, 1)$ ,  $B(1, m)$ ,  $C(m, m)$  este egală cu 2.

4. Calculați următoarele limite:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1})$ ;

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - x}$ ;

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x-2)^3 - (x+2)^3}$ .

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Timp de lucru: 3 ore**

**Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.**